

Oszthatóság és maradékosztályok

1. Fogalmazd meg és bizonyítsd be a 4-gyel való oszthatóság szabályát! *(Az egyszerűség kedvéért a bizonyítás elég az $\overline{abcdef}$ hatjegyű számra felírnod. Ne felejtsd el megadni, hogy milyen bizonyítási módszert használsz!)*
2. Fogalmazz oszthatósági szabályt a
 - a. 12-vel,
 - b. 24-gyel,
 - c. 36-tal való oszthatóságra!
3. Melyik az a legkisebb 36-tal osztható pozitív egész szám, amely kizárólag az 1 és 2-es számjegyeket tartalmazza?
4. Milyen számjegyeket írhatunk x és y helyére, hogy $12 \mid 31x42y$ teljesüljön?
5. Bizonyítsd be, hogy $n + 3 \mid n^3 + 5n^2 + 10n + 12$ minden n természetes számra teljesül!
6.
 - a. Mennyi lehet a pozitív egész számok négyes maradéka?
 - b. Mennyi a 2018, a 2019, a 2020 és a 2021 négyes maradéka?
 - c. Mennyit ad maradékul négygyel osztva
$$2018 + 2019;$$
$$2018 \cdot 2019;$$
$$2021^{2020};$$
$$2019^{2020}?$$
7. Melyik az a legkisebb n pozitív egész szám, amely
 - a. 9-cel, 10-zel és 11-gyel osztva egyaránt 5-öt ad maradékul?
 - b. 9-cel osztva 7-et, 10-zel osztva 8-at, 11-gyel osztva 9-et ad maradékul?
8. Mennyi a tízes maradéka az alábbi számoknak:
 - a. 2 hatványai;
 - b. 3 hatványai;
 - c. $5^{2019} + 6^{2020};$
 - d. $3^{2020} + 2019^{2019}?$